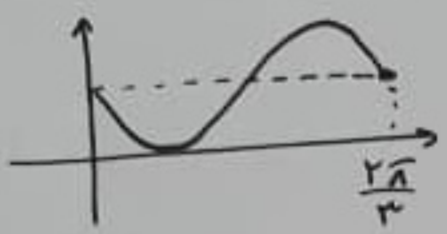
باسمک اللهم یا هو

آزمون مثلثات شماره ۱

۱- حاصل $\frac{1}{\cos 15} - \frac{1}{\sin 15}$ کدام است؟

۲ ۲√۲ √۶ ۲√۳

۲- شکل مقابل قسمتی از نمودار $y = 1 - \sin ax$ است. مقدار تابع در نقطه $x = \frac{7\pi}{6}$ کدام است؟



صفر ۱ ۲ $\frac{1}{2}$

۳- مجموع جواب‌های معادله $\sin 2x + \cos(\frac{\pi}{2} - x) = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

$\frac{14\pi}{3}$ 6π 5π $\frac{9\pi}{2}$

۴- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = -2 + a\cos\pi(1+bx)$ است. حاصل $a \times b$ کدام می‌تواند باشد؟ $(a>0)$

$\frac{3}{2}$ ۳ $\frac{5}{2}$ ۵

۵- اگر $\tan\alpha = \frac{2}{3}$ حاصل $\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) + \cos(\alpha - \pi)}$ کدام است؟

۵ ۱

-۳ -۴

۶- جواب معادله $\frac{\sin 3x}{\cos(\frac{3\pi}{2} + x)} = 1$ کدام است؟

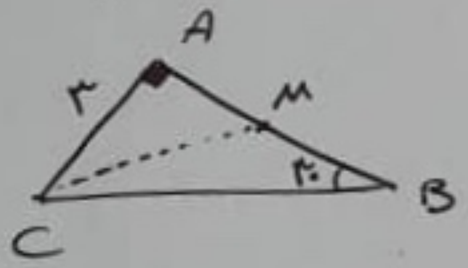
$k\pi + \frac{\pi}{4}$ $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$

$2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}$ $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$

۷ اگر $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{2}$ باشد حاصل $\cos(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha)$ کدام است؟

$-\frac{3}{4}$ $\quad$ $-\frac{3}{8}$ $\quad$ $\frac{3}{8}$ $\quad$ $\frac{3}{4}$

۸ در شکل زیر $AC=3$ و $\hat{A}=90^\circ$ و $\hat{B}=30^\circ$ اگر M وسط AB باشد



مساحت مثلث $\overset{\triangle}{MBC}$ کدام است؟

$\frac{3\sqrt{2}}{4}$ $\quad$ $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ $\quad$ $\frac{6\sqrt{3}}{5}$ $\quad$ $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

۹ معادله $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 - \sin 2x$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

۲ $\quad$ ۳ $\quad$ ۴ $\quad$ ۵

۱۰ مساحت مثلثی با سه ضلع ۳ و ۵ و ۶ کدام است؟

$\sqrt{14}$ $\quad$ $2\sqrt{14}$ $\quad$ $3\sqrt{14}$ $\quad$ $4\sqrt{14}$

۱۱ در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ اندازه قطرها ۶ و ۱۲ و زاویه بین دو قطر 120° است مساحت مثلث ACD کدام است؟

$18\sqrt{3}$ $\quad$ $9\sqrt{3}$

۱۸ $\quad$ ۹

۱۲ اگر نقطه $(\frac{1}{3}, \frac{-2\sqrt{2}}{3})$ روی دایره مثلثاتی باشد حاصل $\frac{1+\cot^2\theta}{\cos(\frac{3\pi}{2}-\theta)}$ کدام است؟

۲۷ $\quad$ ۲۷- $\quad$ $\frac{27}{2}$ $\quad$ $-\frac{27}{2}$

۱۳ اگر $\cot\alpha = \frac{-1}{3}$ حاصل $\sin^4 x + \cos^4 x$ کدام است؟

۰/۱۸ $\quad$ ۰/۲۳ $\quad$ ۰/۸۲ $\quad$ ۰/۷۸

۱۴ حاصل عبارت $\sin x \cos x \,(1 - 2\sin^2 x)$ به ازای $x = 7{,}5^\circ$ کدام است

$\frac{1}{4}$ $\quad$ $\frac{1}{8}$ $\quad$ $\frac{3}{8}$ $\quad$ $\frac{3}{16}$

۱۵ جواب معادله $\log_{\sin x} \cos x = 1$ کدام است

$2k\pi + \frac{\pi}{4}$ $\quad$ $k\pi + \frac{\pi}{4}$

$k\pi - \frac{\pi}{4}$ $\quad$ $k\pi - \frac{\pi}{2}$

موفق باشید

پاسخنامه

۱ ذکر شده درست $\quad \dfrac{\cos 15 - \sin 15}{\sin 15 \cos 15} = \dfrac{\text{برابر A می‌گیریم به توان ۲ می‌رسانیم}}{\frac{1}{2}\sin 30} = \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{4}} = 2\sqrt{2}$

$$A^2 = \underbrace{\cos^2 15 + \sin^2 15}_{1} - \underbrace{2\sin 15 \cos 15}_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \longrightarrow A = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۲ $\quad T = \dfrac{2\pi}{3} \rightarrow \dfrac{2\pi}{|a|} = \dfrac{2\pi}{3} \longrightarrow a = \pm 3 \longrightarrow \boxed{a = 3}$

$$\xrightarrow{x = \frac{7\pi}{6}} 1 - \sin 3\left(\frac{7\pi}{6}\right) = 1 - \sin\left(\frac{7\pi}{2}\right) = 2$$

۳ $\quad \sin 2x + \sin x = 0 \longrightarrow \sin 2x = -\sin x = \sin(-x)$

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi - x \longrightarrow x = \dfrac{2k\pi}{3} \longrightarrow 0,\ \dfrac{2\pi}{3},\ \dfrac{4\pi}{3},\ 2\pi \\ 2x = 2k\pi + \pi + x \longrightarrow x = 2k\pi + \pi \longrightarrow \pi \end{cases} \xrightarrow{\text{ج}} 5\pi$$

۴ $\quad \dfrac{(-\cos\alpha) + (-\sin\alpha)}{(+\sin\alpha) + (-\cos\alpha)} \xrightarrow{\div \cos\alpha} \dfrac{-1 - \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha - 1} = \dfrac{-1 - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - 1} = 5$

۵ $\quad \dfrac{\sin 3x}{\sin x} = 1 \longrightarrow \sin 3x = \sin x \quad \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \\ 3x = 2k\pi + \pi - x \end{cases}$

$$\longrightarrow \begin{cases} x = k\pi \xrightarrow{\text{غ.ق.ق}} \\ x = \dfrac{k\pi}{2} + \dfrac{\pi}{4} \ \checkmark \end{cases}$$

ذکر اجتماع کند

۶

$\frac{T}{2}=\frac{4}{3} \longrightarrow \boxed{T=\frac{8}{3}}$

$y=-2+a\cos(\pi+b\pi x) \longrightarrow \boxed{y=-2-a\cos(b\pi x)}$

$\frac{2\pi}{|b\pi|}=\frac{8}{3} \longrightarrow \boxed{b=\pm\frac{3}{4}}$

عرض نمودار $=0 \longrightarrow -2+a=0 \longrightarrow \boxed{a=2}$

---

۷ $\cos(\frac{3\pi}{2}-2\alpha)=-\sin2\alpha=?$

$\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{1}{2} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 1-\sin2\alpha=\frac{1}{4} \longrightarrow -\sin2\alpha=-\frac{3}{4}$

---

۸ ضلع روبه‌رو به زاویه ۳۰ $=\frac{1}{2}$(وتر) $\longrightarrow 3=\frac{1}{2}(BC) \longrightarrow BC=6$

۶۰ « « « $=\frac{\sqrt{3}}{2}$(وتر) $\longrightarrow AB=\frac{\sqrt{3}}{2}(6)=3\sqrt{3}$

$S_{\triangle ABC}=\frac{AB\times BC\times \sin30}{2}=\frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}\times 6 \times\frac{1}{2}}{2}=\frac{18\sqrt{3}}{8}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$

---

۹ $\cos2x=1-\sin2x \longrightarrow \sin2x+\cos2x=1$

دو حالت داریم $\begin{cases}\sin2x=1\\ \cos2x=0\end{cases}$ یا $\begin{cases}\sin2x=0\\ \cos2x=1\end{cases}$

$\longrightarrow \begin{cases}2x=2k\pi+\frac{\pi}{2}\\ 2x=k\pi+\frac{\pi}{2}\end{cases}$ یا $\begin{cases}2x=k\pi\\ 2x=2k\pi\end{cases} \xrightarrow{\text{جواب‌ها}} \begin{cases}x=k\pi \to 0,\pi,2\pi\\ x=k\pi+\frac{\pi}{4} \to \frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\end{cases}$

۱۰ $p = \frac{۳+۵+۶}{۲} = ۷$

(هرون) $S_{\text{مثلث}} = \sqrt{۷(۴)(۲)(۱)} = \sqrt{۵۶} = ۲\sqrt{۱۴}$

---

۱۱ $S_{\text{متوازی‌الاضلاع}} = \frac{۶\times ۱۲\times \sin ۱۲۰}{۲} = ۱۸\sqrt{۳}$ $\quad S_{\text{مثلث}} = \frac{۱۸\sqrt{۳}}{۲} = ۹\sqrt{۳}$

---

۱۲ $\begin{cases} \cos\alpha = \frac{-۲\sqrt{۲}}{۳} \\ \sin\alpha = \frac{۱}{۳} \end{cases} \longrightarrow \cot\alpha = -۲\sqrt{۲}$

$$\frac{۱+\cot^۲\alpha}{\cos(\frac{۳\pi}{۲}-\alpha)} = \frac{۱+(-۲\sqrt{۲})^۲}{-\frac{۱}{۳}} = \frac{۹}{-\frac{۱}{۳}} = -۲۷$$

---

۱۳ راه دوم $\begin{cases} \sin^۴\alpha + \cos^۴\alpha = ۱ - \frac{۱}{۲}\sin^۲ ۲\alpha \\ \sin ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱+\tan^۲\alpha} = \frac{۲(-۳)}{۱+۹} = \frac{-۶}{۱۰} \end{cases}$ $= ۱ - \frac{۱}{۲}(\frac{۳۶}{۱۰۰})$

$= ۱ - \frac{۱۸}{۱۰۰} = ۰/۸۲$

---

۱۴ $\frac{۱}{۲}\sin ۲x \cos ۲x = \frac{۱}{۴}\sin ۴x \xrightarrow{x=۷/۵} \frac{۱}{۴}\sin ۳۰ = \frac{۱}{۸}$

---

۱۵ $\log_{\sin x}^{\cos x} = ۱ \longrightarrow \cos x = \sin x \longrightarrow \tan x = ۱ \longrightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۴}$

دقت کنید اگر k فرد باشد در ناحیه سوم هستیم در هم sin و هم cos منفی است

در نتیجه جواب نهایی $x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴}$ است.