هو العلی الاعلی

آزمون مقدماتی ۲۵ دی ۹۲

۱- شکل مقابل نمودار تابع $f(x)=a+\cos(-\frac{1}{2}+bx)\pi$ است. کدام $f(29)$ است؟

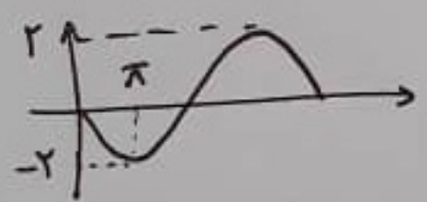
$1+\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad 1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{1}{2}$ $\quad \frac{3}{2}$

۲- اگر $\sin 2x+\cos 2x=-\frac{1}{5}$ باشد مقدار $\tan x$ کدام است؟

3 یا $\frac{-1}{2}$ $\quad -2$ یا $\frac{1}{2}$ $\quad 2$ یا $\frac{-1}{3}$ $\quad -2$ یا $\frac{1}{3}$

۳- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y=b\cos(\frac{\pi}{2}+ax)$ است. ab کدام است؟ $(a>0)$



-2 $\quad -1$ $\quad 1$ $\quad -\frac{3}{2}$

۴- جواب معادله $\cos x=\cos^4\frac{x}{2}-\sin^4\frac{x}{2}$ به صورت $x=k\pi+\frac{i\pi}{4}$ است. مجموعه مقادیر i کدام است؟

$\{-1,1\}$ $\quad \{-1,2,1\}$ $\quad \{1,2\}$ $\quad \{-1,2,-2\}$

۵- نمودار $f(x)=2-4\cos^2 x$ را به اندازه $\frac{\pi}{4}$ به چپ سپس انتقال می‌دهیم تا نمودار g به دست آید. نقاط تلاقی این دو تابع کدام است؟

$k\pi+\frac{\pi}{8}$ $\quad k\pi-\frac{\pi}{8}$ $\quad \frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{8}$ $\quad \frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{8}$

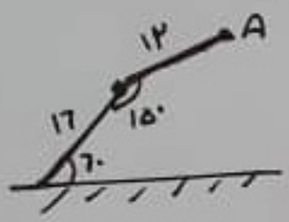
۶ حاصل $\frac{\sin 55 + 2\cos 215}{3\sin 305 - \cos 425}$ کدام است؟ $\tan 35$ $\tan 80$

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$

۷ دوره تناوب اصلی تابع $y = \sin^2 x - \cos^2 x$ کدام است؟

$\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{2}$ π 2π

۸ آتشنشانی برای رسیدن به پنجره A دو نردبان به طول ۱۲ و ۱۷ متر را روی هم سوار کرده (مطابق شکل) ارتفاع پنجره A از سطح زمین کدام است؟



۲۱٫۶ ۲۱٫۵ ۲۱ ۲۰

۹ معادله $\sin x(\tan x + \cot x) = 1$ چند جواب حقیقی در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ دارد؟

صفر ۱ ۲ ۴

۱۰ محیط ناحیه هاشور زده شده در شکل $\pi + 12$ است طول کمان $\overset{\frown}{AMB}$ کدام است؟

9π 8π 7π 11π

۱۱ حاصل $\frac{\sin 750^\circ + \cos(-420^\circ)}{2\tan(-315^\circ)}$ کدام است؟ $\cos 210$ $\sin 210$ $\cos 270$ $\sin 180$

۱۲ اگر $\cos(\frac{\pi}{6} - x) + \cos(\frac{\pi}{12} + 3x) = 0$ باشد x کدام می‌تواند باشد؟

$\frac{\pi}{12}$ $\frac{\pi}{8}$ $\frac{3\pi}{16}$ $\frac{3\pi}{8}$

۱۴ مطلوب است: $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{\cos(x+\frac{\pi}{4})}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad$ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ $\quad$ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ $\quad$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۵ مطلوب است: $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 10x}{\sin 19x}$

۲ $\quad$ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ $\quad$ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad$ ۴

۱ پاسخنامه

۱ $y = a + \cos(-\frac{\pi}{2} + b\pi x) \longrightarrow \boxed{y = a + \sin(b\pi x)}$

$\xrightarrow[\text{صدق}]{(0,1)} 1 = a + \sin(0) \longrightarrow \boxed{a=1}$

$\frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \longrightarrow b = \pm\frac{1}{2}$

$\frac{2\pi}{2} = 9 \longrightarrow T = 2$

چون بعد از محور yها شکل اول در بازه‌ی $(0,\frac{\pi}{2})$ است پس ضابطه‌ی دو تابع مختلف العدد است

$\boxed{b = -\frac{1}{2}}$

$f = 1 - \sin(\frac{\pi x}{2}) \longrightarrow f(29) = 1 - \sin(\frac{29\pi}{2})$

$1 - \sin(10\pi - \frac{\pi}{2}) = 1 - \sin(-\frac{\pi}{2}) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

---

۲ $\sin 2x + \cos 2x = \frac{-1}{5}$

$\frac{2\tan x}{1+\tan^2 x} + \frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x} = \frac{-1}{5} \xrightarrow{\tan x = A} \frac{2A}{1+A^2} + \frac{1-A^2}{1+A^2} = \frac{-1}{5}$

$\longrightarrow \frac{2A+1-A^2}{1+A^2} = \frac{1}{5} \xrightarrow[\text{طرفین وسطین}]{\text{رسم}} 2A^2 - 5A - 2 = 0 \xrightarrow{\text{حل}} \begin{cases} A = 2 \\ A = \frac{-1}{2} \end{cases}$

$\longrightarrow \begin{cases} \tan x = 2 \\ \tan x = \frac{-1}{2} \end{cases}$

---

۳ $y = b\sin ax \xrightarrow{\text{نقطه}} \boxed{b=2}$

$(\pi, -2) \xrightarrow{\text{نقطه}} -2 = -2\sin a\pi \longrightarrow \sin a\pi = 1 \longrightarrow \boxed{a = \frac{1}{2}}$

۴ $2\cos^2 x - \cos x = 0 \longrightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0 \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1/2 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{2\pi}{3} \\ x = k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases} \longrightarrow i = 2, 1, -1$$

---

۵ $f = 2(1 - \underbrace{2\cos^2 x}_{-\cos 2x}) = -2\cos 2x \xrightarrow{\text{جلو } \frac{\pi}{2}} -2\cos 2(x + \frac{\pi}{3})$

$$= -2\cos(2\pi + \frac{\pi}{3}) = 2\sin 2x = g$$

برای $f = g \longrightarrow -2\cos 2x = 2\sin 2x \xrightarrow{\text{بر } \cos} \tan 2x = -1$

$$2x = k\pi - \frac{\pi}{3} \longrightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$$

---

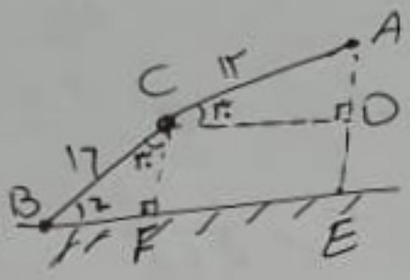
۶ $$\frac{\sin 55 + 2\cos(270 - 55)}{3\sin(270 - 55) - \cos(270 + 55)} = \frac{\sin 55 - 2\sin 55}{-3\sin 55 - \sin 55}$$

$$= \frac{-\sin 55}{-4\sin 55} = 1/4$$

---

۷ $\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x \longrightarrow T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$

۸



$AE = AD + DE = 6 + \frac{\sqrt{3}}{2}(12)$

ضلع روبه‌رو به ۶۰° : $\frac{\sqrt{3}}{2}(12)$

$= 6 + 8(\sqrt{3}) = 6 + 8(1.73) \sim 20$

---

۹ $\frac{\sin x}{\sin x \cos x} = 1 \longrightarrow \cos x = 1 \longrightarrow x = 2k\pi$

$k = 0, 1, 2, \ldots$ ← اگر صورت کسر (sin) را صفر کنید این جواب را ندارد

---

۱۰ محیط $= 12 + 8\pi$ $\longrightarrow$ $OA + OB + \overset{\frown}{AB} = 12 + 8\pi$

$2 + 2 + \frac{\theta}{360} \times 2\pi r = 12 + 8\pi$

$4 + \frac{\theta}{360} \times 12\pi = 12 + 8\pi \longrightarrow \boxed{\theta = 288}$

$\overset{\frown}{AMB} = \ell = r\theta = 6 \times \frac{11\pi}{6} = 11\pi$

---

۱۱ $\frac{\sin(30) + \cos(60)}{-4\tan(315)} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{-4(-1)} = \frac{1}{4}$

$\sin 150 = \frac{1}{2}$

۷۵۰ - ۳۶۰ - ۳۶۰

۴۲۰ - ۳۶۰ = ۶۰

۱۲

اگر ساده‌ی $\cos(\quad)=\cos(\quad)$ را طور در مقابل مثل طرفین مقابل حل است اما راه دیگر را نیز دارد.

دارد: $\sin\alpha+\sin\beta=0 \longrightarrow \alpha+\beta=0$

دارد: $\cos\alpha+\cos\beta=0 \longrightarrow \alpha+\beta=\pi$

$$\longrightarrow 2x+\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{6}-x=\pi \longrightarrow 2x=\frac{3\pi}{4} \longrightarrow x=\frac{3\pi}{8}$$

---

۱۳ $\tan 2x=\cot 2x$

$$\tan 2x=\tan\left(\frac{\pi}{4}-2x\right) \longrightarrow 2x=k\pi+\frac{\pi}{4}-2x$$

$$\longrightarrow x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{16}$$

---

۱۴ $\cos 2x=0 \longrightarrow 2x=k\pi+\frac{\pi}{2} \longrightarrow \boxed{x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4}}$

$\cos\beta\neq 0 \longrightarrow \cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\neq 0 \longrightarrow x+\frac{\pi}{4}\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$

$$\longrightarrow \boxed{x\neq k\pi+\frac{\pi}{4}}$$

$$\Longrightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{4}$$

---

۱۵ $\tan(180+15)-\tan(90+15)=\tan 15+\cot 15=\frac{2}{\sin 30}=4$